MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREŞTI

ŞCOALA GIMNAZIALA nr. 56 – BUCUREŞTI

Concursul Interjudeţean de Matematică al Şcolii gimnaziale nr. 56
Ediţia a XIII - a, 25.01.2014

Soluţii şi bareme clasa a VI – a

1.	Avem $a=2^6\cdot 3^8\cdot 7^2$ şi $b=2^9\cdot 5^2\cdot 7^2\cdot 3^4$	**4p**
	Deci $(a,b)=2^6\cdot 3^4\cdot 7^2=\left(2^3\cdot 3^2\cdot 7\right)^2$	**3p**
2.	Dacă d este un divizor comun al numerelor, atunci $d \mid 6n+3$ şi $d \mid 4n+1$	**2p**
	Rezultă că $d \mid 3$.	**3p**
	E suficient ca 3 să nu dividă pe $4n+1$. Prin urmare, putem considera $n\in\left\{3k \mid k\in\mathbb{N}^*\right\}$ sau $n\in\left\{3k+1 \mid k\in\mathbb{N}\right\}$	**2p**
3.	Evident, $1<n<10$. Avem $1000\cdot\overline{abc}+\overline{def}=1000n\cdot\overline{def}+n\cdot\overline{abc}$, sau	**1p**
	$\frac{\overline{def}}{\overline{abc}}=\frac{1000-n}{1000n-1}$. Deoarece $1000n-1$ este număr de patru cifre, fracţia $\frac{1000-n}{1000n-1}$ trebuie să se simplifice cu un număr d cel mult egal cu 9.	**2p**
	Dacă d este un divizor comun al numerelor, atunci $d \mid 999999$. Deducem că $d\in\{3,7,9\}$.	**1p**
	Pentru $n=6$, obţinem $\frac{\overline{def}}{\overline{abc}}=\frac{994}{5999}$ care se simplifică cu 7 şi avem $\frac{\overline{def}}{\overline{abc}}=\frac{142}{857}$. Deoarece nu mai putem simplifica, avem $\overline{abc}=857$ şi $\overline{def}=142$	**3p**
4.	**a)** Avem $1+2+...+n=\frac{n(n+1)}{2}\le 180$, de unde obţinem $n=18$.	**2p**
	b) Trebuie $k+(k+1)+...+(k+p-1)=90$, $k+p\le 18$, adică $p(2k+p-1)=180$. Deducem că $p\in\{1,2,3,4,5,6,9,10,12,15\}$	**3p**
	Convin numai $p=9,k=6$ şi $p=12,k=2$, deci $m\left(\widehat{A_5OA_{13}}\right)=90^\circ$ şi $m\left(\widehat{A_1OA_{12}}\right)=90^\circ$	**2p**